



Mecânica Celeste

Prof. Thiago Paulin Caraviello

Introdução

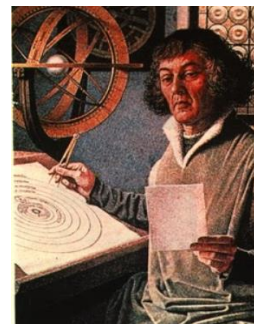
Ao longo da história surgiram várias teorias que explanavam sobre a ordenação do universo, sendo que dois modelos merecem destaque: o geocêntrico e heliocêntrico.

O modelo geocêntrico, também chamado de modelo ptolomaico, foi elaborado pelo astrônomo grego Cláudio Ptolomeu no início da Era Cristã, defendido em seu livro intitulado *Almagesto*, no século II, que se tornou a base da astronomia até o século XVI. Conforme essa teoria, a Terra é o centro do universo, e os demais astros orbitam ao seu redor. Os astros estariam fixados sobre esferas concêntricas e girariam com velocidades distintas.

Muitos questionamentos sobre o modelo geocêntrico foram sufocados na Idade Média. No entanto, após 14 séculos, o modelo geocêntrico foi contestado pelo astrônomo e matemático polonês Nicolau Copérnico (1473-1543), que elaborou uma outra estrutura para o universo, o modelo heliocêntrico.

O modelo heliocêntrico, também chamado modelo copernicano, afirma que a Terra e os demais planetas se movem ao redor do Sol, sendo este, o verdadeiro centro do universo. A ideia não foi aceita pela Igreja que, na época, adotava o modelo geocêntrico. O modelo heliocêntrico foi aperfeiçoado por Galileu Galilei, Kepler e Isaac Newton.

Hoje sabemos que o Sol não é o centro do universo, somente ocupa uma posição muito próxima do centro do Sistema Solar com os planetas girando ao seu redor.



Nicolau Copérnico

Leis de Kepler

A ruptura com o modelo geocêntrico, foi um dos grandes marcos de um movimento conhecido como Revolução Científica, que se caracterizou por grandes mudanças na forma de pensar, argumentar, comprovar e, conseqüentemente, fazer ciência.

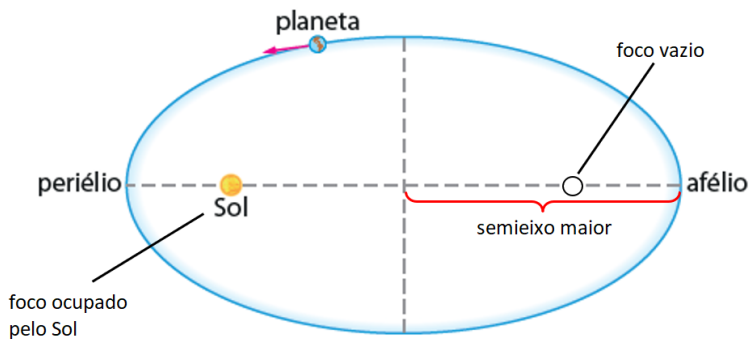
Nesse contexto, o astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630) apresentou seus estudos sobre as leis fundamentais do movimento dos planetas em torno do Sol de forma precisa. O trabalho de Kepler foi, na verdade, baseado nas observações extremamente detalhadas do astrônomo dinamarquês Tycho Brahe (1546-1601).



Johannes Kepler

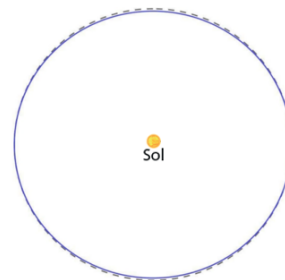
Primeira Lei de Kepler – “Lei das órbitas”

A órbita de um planeta em torno do Sol é uma elipse com o Sol em um dos focos. Como consequência, a distância do Sol ao planeta varia ao longo de sua órbita. O ponto em que o planeta está mais próximo do Sol chama-se periélio, e o ponto mais afastado, afélio.



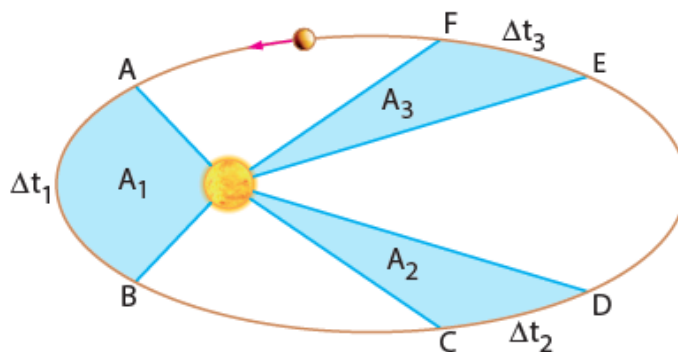
Órbitas elípticas (fora de escala)

Observação: Embora as órbitas dos planetas sejam elipses, as excentricidades são tão pequenas que se parecem com círculos. Na figura ao lado, mostramos a elipse que descreve a órbita da Terra em torno do Sol (linha contínua) na escala correta. A posição do Sol, no foco, está marcada por um pequeno círculo.



Segunda Lei de Kepler – “Lei das áreas”

A velocidade areal de cada planeta é constante em sua órbita ($v_{areal} = \frac{A}{\Delta t} = cte$). Como consequência, temos que a velocidade escalar orbital não é uniforme, sendo máxima no periélio e mínima no afélio.



Lei das áreas

$$v_{areal} = \frac{A_1}{\Delta t_1} = \frac{A_2}{\Delta t_2} = \frac{A_3}{\Delta t_3}$$

Na figura acima, se os tempos para que o planeta percorra os arcos AB, CD e EF forem iguais, então as áreas A₁, A₂ e A₃ serão iguais. Portanto, também é correto dizer que: *uma linha que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.*

Terceira Lei de Kepler – “Lei harmônica”

O quadrado do período orbital dos planetas é diretamente proporcional ao cubo dos semieixos maiores de suas órbitas elípticas. Essa lei estabelece que planetas com órbitas maiores se movem mais lentamente em torno do Sol.

Sendo P o período orbital do planeta, a o semieixo maior da órbita e k uma constante, podemos expressar a terceira lei como:

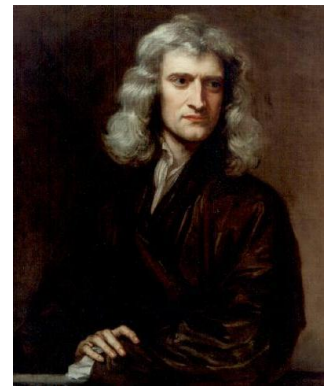
$$P^2 = k \cdot a^3$$

Se medirmos P em anos e a em unidades astronômicas (distância média da Terra ao Sol), então $k = 1$, e podemos escrever a terceira lei de Kepler como:

$$P^2 = a^3$$

A Mecânica de Newton

Durante a Grande Peste de Londres (1665-1666), os estudantes da Universidade de Cambridge tiveram de voltar para suas casas a fim de se protegerem da onda de mortes que assolava a Europa. Um desses estudantes foi Isaac Newton (1643-1727), que, aos 23 anos, enquanto esteve recluso, desenvolveu ideias em diferentes campos da Física e da Matemática, como: dinâmica, gravitação, óptica, cálculo diferencial e integral e seus binômios. Mais tarde, essas ideias tornaram-se famosos livros, como *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* e *Optiks*. De fato, suas leis da dinâmica serviram como base para a maioria dos conceitos da Física que são conhecidos nos dias atuais.



Isaac Newton

Leis de Newton

A dinâmica é a parte da Física que estuda a relação entre forças e movimentos. Sua base reside nas três leis de Newton.

Primeira Lei de Newton – “Princípio da Inércia”

Se sobre um corpo não se exerce nenhuma força resultante, então o corpo permanece em repouso ou se desloca em movimento retilíneo e uniforme.

Segunda Lei de Newton – “Princípio fundamental da Dinâmica”

Quando sobre um corpo atua uma força resultante R produz-se uma aceleração, γ , de modo que ambas as grandezas são diretamente proporcionais. A constante de proporcionalidade é a massa m do corpo. Matematicamente:

$$\vec{R} = m \cdot \vec{\gamma}$$

É importante observar que R e γ têm a mesma direção e sentido. Para utilizar a equação em unidades compatíveis ao Sistema Internacional (SI), a massa deve ser expressa em kg, a aceleração em m/s^2 e a força será dada em N (newtons).

Exercícios

1. Analise as proposições a seguir sobre as principais características dos modelos de sistemas astronômicos.

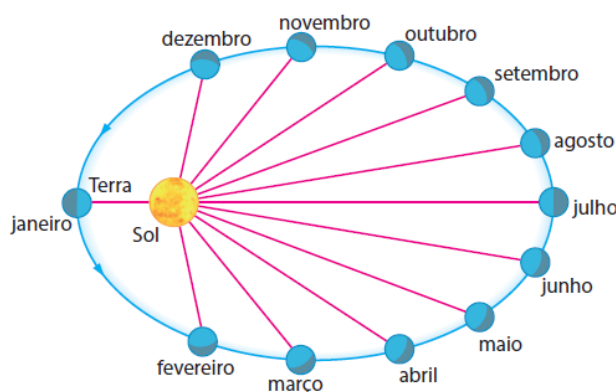
- I. Sistema dos gregos: a Terra, os planetas, o Sol e as estrelas estavam incrustados em esferas que giravam em torno da Lua.
- II. Ptolomeu supunha que a Terra se encontrava no centro do Universo e os planetas moviam-se em círculos, cujos centros giravam em torno da Terra.
- III. Copérnico defendia a ideia de que o Sol estava em repouso no centro do sistema e que os planetas (inclusive a Terra) giravam em torno dele em órbitas circulares.
- IV. Kepler defendia a ideia de que os planetas giravam em torno do Sol, descrevendo trajetórias elípticas, e o Sol estava situado em um dos focos dessas elipses.

Assinale a alternativa **correta**.

- a) Somente as afirmativas I e IV são verdadeiras.
- b) Somente a afirmativa II é verdadeira.
- c) Somente as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
- d) Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.
- e) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.

2. (OBA) As leis de Kepler são as três leis do movimento planetário definidas por Johannes Kepler (1571 – 1630), um matemático e astrônomo alemão. Kepler estudou as observações colhidas por mais de 20 anos pelo astrônomo Tycho Brahe (1546 – 1601) e descobriu, por volta de 1605, que os planetas seguiam três leis matemáticas:

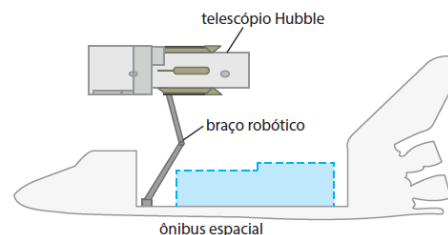
1. A primeira lei (das órbitas) diz que a órbita de cada planeta é uma elipse, com o Sol em um dos focos.
2. A segunda lei (das áreas) afirma que a reta que une o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais.
3. A terceira lei (harmônica) relaciona o quadrado do período orbital dos planetas diretamente com o cubo de sua distância média ao Sol.



A figura mostra a órbita da Terra (fora de escala e bem mais achatada) e as posições da Terra ao longo do ano. Escreva **C** (certo) ou **E** (errado) na frente de cada afirmação.

- I - () Entre março e abril a velocidade orbital da Terra é maior do que entre maio e junho.
- II - () Em fevereiro a velocidade orbital da Terra está aumentando.
- III - () A força da gravidade do Sol é a mesma em todos os pontos da órbita da Terra.
- IV - () Pela 3ª Lei de Kepler podemos afirmar que em julho a velocidade orbital da Terra é a menor.
- V - () Pela 2ª Lei de Kepler podemos afirmar que em janeiro a velocidade orbital da Terra é a maior.

3. (OBA) No dia 24 de abril de 2020 o Telescópio Espacial Hubble completou 30 anos em órbita da Terra. Seu planejamento começou ainda nos anos 1970, mas ele só foi lançado em 1990. Ao receberem as primeiras imagens os cientistas ficaram perplexos com a má qualidade delas. Após algumas análises, eles descobriram que o Hubble possuía uma falha no espelho principal. Os engenheiros da NASA decidiram que os astronautas poderiam capturar o Hubble com o braço robótico do ônibus espacial e por meio de atividades extra veiculares consertar seu sistema óptico. Depois dos reparos o Hubble foi colocado de volta à sua órbita original. Essa missão de reparo do Hubble consistiu em um dos maiores feitos da NASA e, desde então, 4 outras missões de manutenção foram realizadas.



Suponha que para recolocar o Hubble em sua órbita correta, o braço robótico do ônibus espacial exerceu 1 N de força (F), cujo módulo, direção e sentido foram constantes durante toda a manobra e perpendicular à direção do movimento do ônibus espacial. A massa do Hubble (m_H) é de, aproximadamente, 10 000 kg. A segunda Lei de Newton diz que $F = ma$ ($m =$ massa e $a =$ aceleração).

a) Calcule o módulo da aceleração (a_H), em m/s^2 , à qual o Hubble foi submetido nessa operação.

b) Calcule o tempo (t), em segundos, gasto para que o Hubble seja afastado pelo braço robótico do ônibus espacial uma distância de 4,5 m.

Suponha que durante esta operação o ônibus espacial manteve-se aproximadamente em movimento retilíneo uniforme (MRU) e tinha massa infinita.

4. Analise as proposições com relação às Leis de Kepler sobre o movimento planetário:

I. A velocidade de um planeta é maior no periélio.

II. Os planetas movem-se em órbitas circulares, estando o Sol no centro da órbita.

III. O período orbital de um planeta aumenta com o raio médio de sua órbita.

IV. Os planetas movem-se em suas órbitas elípticas, estando o Sol em um dos focos.

V. A velocidade de um planeta é maior no afélio.

Assinale a alternativa correta.

a) Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.

b) Somente as afirmativas II, III e V são verdadeiras.

c) Somente as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.

d) Somente as afirmativas III, IV e V são verdadeiras.

e) Somente as afirmativas I, III e V são verdadeiras.

5. (Vunesp) A figura representa a órbita elíptica de determinado planeta em torno de sua estrela. O período de translação desse planeta é T e o intervalo de tempo necessário para que percorra o arco AB é $T/5$.

Considerando que as áreas A_1 e A_2 sejam iguais, o intervalo de tempo necessário para que o planeta percorra o arco CA é:

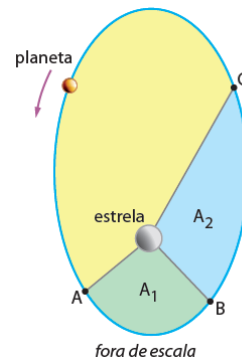
a) $3T/5$

b) $2T/5$

c) $2T/3$

d) $T/5$

e) $3T/4$



6. A tabela a seguir resume alguns dados sobre dois satélites de Júpiter.

Nome	Diâmetro aproximado (km)	Raio médio da órbita em relação ao centro de Júpiter (km)
<i>Io</i>	$3,64 \cdot 10^3$	$4,20 \cdot 10^5$
<i>Europa</i>	$3,14 \cdot 10^3$	$6,72 \cdot 10^5$

Sabendo-se que o período orbital de *Io* é de, aproximadamente, 1,8 dia terrestre, pode-se afirmar que o período orbital de *Europa* expresso em dia(s) terrestre(s), é um valor mais próximo de:

- a) 0,90 b) 1,50 c) 3,64 d) 7,20 e) 3,40

7. Considere dois astros A e B de massas m_A e m_B , onde $m_A = 2 m_B$, em órbitas circulares em torno de uma estrela E. Sabe-se que, em relação à estrela E, o período orbital de A é duas vezes menor que de B. Assinale a alternativa que mostra o valor da razão entre a força gravitacional entre a estrela E e o astro A (F_{GA}) e a força gravitacional entre a estrela E e o astro B (F_{GB}).

- a) $4\sqrt[3]{2}$ b) $\sqrt[3]{2}$ c) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ d) $\frac{1}{4\sqrt[3]{2}}$

8. (Desafio) No famoso livro "O Pequeno Príncipe" de Antoine de Saint-Exupéry, o Pequeno Príncipe habita, por algum tempo, o minúsculo asteroide B-612, o qual teria, aparentemente, cerca de 1 m de diâmetro. Contudo, para que o Pequeno Príncipe não sinta qualquer desconforto sobre ele, o seu peso (P_A) no asteroide, deveria ser o mesmo peso (P_T) que tinha sobre a Terra, ou seja, $P_A = P_T$. Mas como você sabe o peso, $P = m \cdot g$ (m é a massa do Pequeno Príncipe e g a aceleração gravitacional local), é a resultante da força gravitacional, F_g , entre o astro e o Pequeno Príncipe, ou seja:

$$P = F_g = \frac{G \cdot M \cdot m}{R^2}$$

onde M é a massa e R o raio da Terra ou do asteroide e G a constante da gravitação universal.

a) Calcule a massa M do asteroide B-612 para que o Pequeno Príncipe tenha lá, o mesmo peso que aqui na Terra. Dados: Massa da Terra: 6×10^{24} kg, raio da Terra (simplicadamente): 6 000 km.

b) Use o resultado anterior e calcule quantas vezes a densidade (d) do asteroide B-612 é maior do que a densidade típica de uma estrela anã branca (d_{AB}) cuja densidade é aproximadamente 1×10^9 kg/m³, ou seja, calcule a razão: d/d_{AB} . Anãs brancas são estrelas degeneradas que não possuem mais fusão nuclear, têm massa máxima de 1,4 vezes a massa do Sol e diâmetro similar ao da Terra. A anã branca mais próxima ao Sol é a companheira de Sirius.

Dado: use $\pi = 3$.



 @thiagopaulin

Materiais disponíveis em: astro1.webnode.com



Resoluções dos exercícios